

תורת ההסתברות והסטטיסטיקה

פרק 31 - טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף

תוכן העניינים

1. כללי 1

טרנספורמציה על משתנה מקרי רציף:

רקע:

מצב שבו ידועה לנו התפלגות של משתנה מקרי רציף כלשהו ואז יוצרים משתנה מקרי חדש שהוא פונקציה של המשתנה המקרי הידוע.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נתון משתנה מקרי רציף X המתפלג אחיד בין 0 ל-1.
מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של המשתנה Y ,
כאשר הקשר בין X ל- Y נתון על ידי הנוסחה: $Y = e^x$.

שאלות:

- (1) יהי W משתנה מקרי המתפלג מעריכית עם תוחלת השווה ל-1. הגדירו משתנה חדש: $Y = e^{-W}$.
 א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y .
 ב. זהו את Y כהתפלגות מיוחדת וקבע מהם הפרמטרים.
- (2) נתון: $X \sim U(0,1)$, ויוצרים דרך X משתנה חדש המוגדר להיות: $R = X^2$.
 מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה החדש R .
- (3) ידוע ש- $X \sim \exp(\lambda)$. כמו כן, נתון הקשר הבא: $Y = \ln(X)$.
 הוכיחו שפונקציית הצפיפות של Y נתונה על ידי הנוסחה הבאה: $f(Y) = \lambda \cdot e^{-\lambda \cdot e^Y + 1}$.
- (4) ידוע ש- $X \sim \exp(\lambda=1)$. כמו כן, נתון הקשר הבא: $Y = 1 - 2 \cdot e^{-X}$.
 א. מצאו את פונקציית ההתפלגות המצטברת של Y .
 ב. זהו את ההתפלגות של Y .
- (5) אורך מקצוע של קובייה מתפלג אחיד בין 1 ל-2. מצאו את פונקציית הצפיפות של נפח הקובייה.
- (6) נתונה פונקציית ההתפלגות המצטברת הבאה: $F_X(t) = \theta^t - 1$, עבור התחום: $0 \leq t \leq 1$.
 א. מצאו את ערכו של הפרמטר θ .
 ב. מצאו את פונקציית הצפיפות של המשתנה X .
 ג. יהי $Y = 2^X - 1$.
 מצאו את פונקציית הצפיפות של Y וזהו את התפלגותו.

תשובות סופיות:

(1) ב. $Y \sim U(0,1)$.

(2) $f(R) = \frac{1}{2\sqrt{R}}$ כאשר $1 > R > 0$.

(3) שאלת הוכחה.

(4) ב. $Y \sim U(-1,1)$.

(5) $f(y) = \frac{1}{3}y^{-\frac{2}{3}}$ כאשר $1 < y < 8$.

(6) א. 2. ב. $Y \sim U(0,1)$.